

[Ide írhat]



HELYI TANTERV

Matematika **11-12. évfolyam**

LEHEL VEZÉR GIMNÁZIUM
2020

[Ide írhat]

Matematika helyi tanterv

Gimnázium 11-12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja 186 óra. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 38 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám negyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

[Ide írhat]

11-12. évfolyam

Kerettantervi megfelelés

2020-as NAT –hoz illeszkedő kerettanterv alapján készült helyi tanterv.

A kerettanterv* által meghatározott 20 %-os szabad mozgásteret kiegészítő tananyagok és a megtanított ismeretek elmélyítésére oktatására használjuk fel. *Az egyes témakörökben dőlt betűvel jelöltük ezeket a plusz tananyagtartalmakat.*

* https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf
A Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról

Heti és éves óraszámok

	11. évf.	12. évf.
Kerettantervi óraszámok alapján heti /éves	3/108	3/87
Helyi tantervi óraszámok alapján heti/éves	3/108	4/128

Témakörök a 11-12. évfolyamon	Kerettanterv javasolt óraszám (11-12)	Helyi tantervi óraszámok 11. évf.	Helyi tantervi óraszámok 12. évf.
Halmazok, matematikai logika	6	0	10
Kombinatorika, gráfok	10	10	6
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	8	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	12	18	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	12	0
Sorozatok	18		24
Trigonometria	14	14	0
Térgeometria	20		24
Koordinátageometria	14	20	0
Leíró statisztika	12	12	6
Valószínűségszámítás	16	8	12
Rendszerező összefoglalás	38		40
Kerettanterv szerinti összes (95%)	186	102	122
Számonkérés és ismétlés (5%)		6	6
Összesen:	194	108	128

11. évfolyam

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 10
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 	

[Ide írhat]

Témakör	Számelméleti ismeretek	Óraszám 8
Előzetes tudás	oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, prímszám, összetett szám, számhalmazok, helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Szabályok betartása, korábbi ismeretek alkalmazása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal. Rendszerezés, kombinatív gondolkodás, számok felépítése prímszámokból, számok osztóinak és többszöröseinek kapcsolata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból (ismétlés)</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban; – ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat; – érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben; – ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig; 	

Témakör	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	Óraszám 18
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök. Valós számok halmaza	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Hatványozás, négyzetgyök, n-edik gyök (ismétlés)</p> <p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén</p> <p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén, permanencia-elv</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számológéppel, a függvények tulajdonságai</p>	<p>Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projekt munkában</p> <p>Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában</p>	<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A logaritmus értelmezése Áttérés más alapú logaritmusra Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához <i>A logaritmus definíciójára épülő egyszerű logaritmosos egyenlet megoldása.</i></p>		<p>Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát – ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát; – ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait; – képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol; – adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli. 		

Témakör	Exponenciális folyamatok vizsgálata	Óraszám 12
Előzetes tudás	Törtekitevős hatvány, hatványozás azonosságai. Exponenciális egyenletek. Logaritmus fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	<p>Földrajz: erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességsökkenés az öregedő Európában.</p> <p>Fizika: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket – egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi – matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi; – adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; – a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; – a kiválasztott modellben megoldja a problémát; – a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát; – ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát 	

[Ide írhat]

Témakör	Trigonometria	Óraszám 14
Előzetes tudás	Háromszög, négyszög, szabályos sokszög. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense. Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei. Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével (Ismétlés)	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	Fizika: vektormennyiség felbontása adott állású összetevőkre.
Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása. A szinusztétel bizonyítása A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva Számítások négyszögekben, sokszögekben. Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása	Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában	Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS
Kulcsfogalmak/Fogalmak	szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt – kiszámítja háromszögek területét; – ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja; – átdarabolással kiszámítja sokszögek területét 	

Témakör	Koordinátageometria	Óraszám 20
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A vektor</p> <p>vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása.</p> <p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásába</p>	<p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával</p> <p>Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p>	<p>Fizika: vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> <p>Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Vektorok és pontok</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben</p> <p>Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</p> <p>Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</p> <p>Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</p> <p><i>Háromszög súlypontja. Szakasz harmadolópontja.</i></p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben</p> <p>Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</p> <p>Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</p>	<p>Informatika: ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban</p> <p>Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</p> <p>Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</p> <p><i>Normálvektor definíciója, egyenes normálvektoros egyenlete.</i></p>	<p>„Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével</p>	
<p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p> <p><i>Kör és egyenes metszéspontja.</i></p>	<p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>	
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete</p>	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none">– alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában– koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat– koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;– ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;– egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;– kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;– megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;	

Témakör	Leíró statisztika	Óraszám 12
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése.	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete</p> <p>Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>A Simpson-paradoxon bemutatása példákon</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
<p>Kulcsfogalmak/Fogalmak</p>	<p>reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás</p>	
<p>Továbbhaladás feltétele</p>	<ul style="list-style-type: none"> – adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez; – hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli; – ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására; – felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén 	

[Ide írhat]

Témakör	Valószínűségszámítás	Óraszám 8
Előzetes tudás	A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p>	<p>Fizika: egy részecske bolyongásának leírása többdimenziós euklideszi térben (Brown-mozgás, Wiener-folyamat)</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza; - ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet; 	

12. évfolyam

Témakör	Halmazok, matematikai logika	Óraszám 10
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematikai logika különböző területeinek felismerése, felfedezése a hétköznapi problémákban	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül</p> <p>Logikai kifejezések megfelelő használata</p> <p>Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.</p> <p>A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.</p>	<p>A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével. Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül</p> <p>Logikai készséget fejlesztő játékok</p> <p>Stratégiai játékok, táblás játékok.</p> <p>Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p> <p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	logikai műveletek	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat; – megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét; – tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani 	

Témakör	Sorozatok	Óraszám 24
Előzetes tudás	számsorozat fogalma, hatvány és logaritmus fogalma, százalékszámítás	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalmának ismerete</p> <p>Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint</p> <p>Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével</p> <p>A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p>	<p>Biológia: Fibonacci sorozat felírása, pl. napraforgó, virágszirmok száma, fenyőtoboz, ananász</p> <p>Életvitel: Kamatos kamat számítás</p>

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p>		<p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat; - a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében; - a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja; - ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát; - mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában. 		

Témakör	Térgeometria	Óraszám 24
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása a különböző testek esetén.	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban	Korábbi ismeretek alkalmazása.	Földrajz: különböző adatok ismeretében megfelelő, távolságok, szögek kiszámítása, felszínszámítás
A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben	A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellel mérés és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai	Fizika: kapcsolat a tömeg, térfogat, sűrűség mennyiségei között, megfelelő mértékegységek alkalmazása
A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása mérés és számítás	Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfőlősdoboz stb.) térfogatának megállapítása mérés, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel A Louvre bejáratként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (térgéometriai szimulációs program). Kémia: kristályok felépítése.
Síkídomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása		

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazás</p>		<p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p>	<p>Vizuális kultúra: A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak méretarányos ábrázolása, felszínének és térfogatának meghatározása becsléssel, méréssel</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	<p>kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója</p>		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét - sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát - ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait - lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját; - kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben; - ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételt; - ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételt 		

Témakör	Kombinatorika, gráfok	Óraszám 6
Előzetes tudás	<p>Sorbarendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.</p>	

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő összetett sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása, esetvizsgálat</p> <p>Színezési problémák</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p> <p>Az n pontú teljes gráf éleinek száma, alkalmazása gyakorlati feladatokban</p> <p>Fagráfok hétköznapi feladatokban</p>		<p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Összetett problémák eseteinek felfedezése, vizsgálata</p> <p>Ábrán keresztül színezési lehetőségek konkrét leszámolása</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel alkalmazása gyakorlati feladatokban</p> <p>Sorsolások, családfák modellezése gráfok segítségével</p>	<p>Földrajz: előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p>Biológiaegészségtan: genetika</p>
Kulcsfogalmak/Fogalmak	faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban		
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> – megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat; – konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével 		

	Valószínűségszámítás	Óraszám 12
Előzetes tudás	A valószínűség klasszikus modellje.	

[Ide írhat]

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. A valószínűség geometriai modellje. Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén. Az ismeretek alkalmazása a gyakorlati életből vett feladatokban.
---	---

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat) Diszkrét valószínűség eloszlások ábrázolása hagyományos vagy digitális eszközökkel.	Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás). Életvitel: pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)
Kulcsfogalmak/Fogalmak	geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none"> - ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét; - meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén 	

Témakör	16. Leíró statisztika	Óraszám
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában, Adatok osztályba sorolása, Közéértékek megbízhatóságának vizsgálata gyakorlati feladatokban	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok

[Ide írhat]

<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése, ábrázolása, elemzése</p> <p>KSH adatok alapján számítások elvégzése, százalékos összehasonlítás</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre</p> <p>Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között</p> <p>Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása</p>	<p>Történelem: népesség összetételére, nemzetiségi adatokra vonatkozó információk értelmezése, elemzése</p> <p>Informatika: nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal</p>
<p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések</p> <p>Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	reprezentatív minta, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás, átlag, módusz, medián	
Továbbhaladás feltétele	<ul style="list-style-type: none">– adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;– hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;– ismeri és alkalmazza a különböző diagramokat adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;– felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén	

[Ide írhat]

Témakör	Rendszerező összefoglalás	Óraszám 40
Előzetes tudás	A 3,5 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek. A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet. A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>		

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Számelmélet, algebra.</i> Számhalmazok. A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk. Algebrai alapfogalmak, azonosságok. Átalakítások algebrai kifejezésekkel. A zsebszámológép használata. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek. Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele. Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>		
<p><i>Sorozatok, függvények.</i> Függvények grafikonjai, jellemzésük. Függvénytranszformációk. Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapijainkban. Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.</p>		

[Ide írhat]

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Ajánlott tevékenységek	Kapcsolódási pontok
<p><i>Geometria.</i> Mérés és mérték. A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt. A geometriai szerkesztések. Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata. A geometriai transzformációk. A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben. A háromszögekre vonatkozó ismeretek. A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek. Körre vonatkozó ismeretek. Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése. Trigonometria. Vektorok, koordinátagometria. A trigonometria és a koordinátagometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>		
<p><i>Statisztika, valószínűség.</i> Adatsokaságok elemzése. Diagramok ismerete, grafikus manipulációk felismerése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>		